

Niveau : Quatrième

Matière : Mathématiques

## LES PUISSANCES – PUISSANCES DE DIX

**Prérequis** : opérations sur les nombres relatifs

Leçon	Exemple
<p><b>Raccourci !</b> La <b>puissance</b> est une <b>notation</b> qui raccourcit l'écriture de <b>plusieurs produits d'un même nombre</b>.</p> <p><b>Remarque</b> : <math>A^0 = 1</math>, quelle que soit la valeur de A.</p>	$\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} = 2^3$ <p>Lecture :</p> $3^2$ se lit « 3 au carré » ou « 3 à la puissance 2 ». $5^3$ se lit « 5 au cube » ou « 5 à la puissance 3 ». $6^4$ se lit « 6 à la puissance 4 ».
<p><b>Attention</b> : puissance <b>négative</b> !</p>	$3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$
<p><b>Opérations</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Produit</b> de deux puissances d'un même nombre: on « <b>additionne</b> » les puissances.</li> <li>- <b>Quotient</b> de deux puissances d'un même nombre: « on <b>soustrait</b> » les puissances.</li> </ul> <p><b>Attention</b> : <b>pas de formule</b> ni pour l'<b>addition</b>, ni pour la <b>soustraction</b> de deux puissances !</p>	$\underbrace{4^2 \times 4^3}_{16 \times 64} = 4^{2+3} = \underbrace{4^5}_{1024}$ $\frac{7^6}{7^2} = 7^{6-2} = \underbrace{7^4}$ $\frac{117649}{49} = 2401$
<p><b>Puissances de 10</b> : comment noter ?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Puissance positive</b> = <b>nombre de zéro</b> à droite de 1.</li> <li>- <b>Puissance négative</b> = <b>nombre de zéro</b> à gauche de 1.</li> </ul>	$\underbrace{10^3}_{3 = \text{puissance positive}} = 10 \times 10 \times 10 = \underbrace{1\,000}_{3 \text{ zéros à droite de 1}}$ $\underbrace{10^{-4}}_{-4 = \text{puissance négative}} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = \underbrace{0,0001}_{4 \text{ zéros à gauche de 1}}$
<p><b>Puissance de 10, ordre de grandeur</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Puissance <b>positive</b> rime avec <b>GRAND</b></li> <li>- Puissance <b>négative</b> rime avec <b>PETIT</b></li> </ul>	$10^7 = 10\,000\,000 \text{ (dix millions): GRAND!}$ $10^{-7} = 0,000\,0001: \text{PETIT!}$
<p><b>Multiplier</b> un nombre par une puissance positive de 10 : je déplace la <b>virgule vers la droite</b>.</p>	$1,23456 \times 10^4 = 1 \underbrace{2345},6$ <p>Je déplace la virgule de 4 places vers la droite</p>
<p><b>Diviser</b> un nombre par une puissance positive de 10 : je déplace la <b>virgule vers la gauche</b>.</p>	$\frac{43879}{10^3} = \frac{43879,0}{10^3} = 43, \underbrace{879}$ <p>Je déplace la virgule de 3 places vers la gauche</p>
<p><b>Notation scientifique</b> : c'est le produit d'un nombre entre 1 et 10 exclu par une puissance de 10.</p> <p><b>Remarque</b> : le nombre entre 1 et 10 exclu peut être affecté du signe moins.</p>	$1,05 \times 10^8 ; \quad -5 \times 10^3 ; \quad 9,99 \times 10^{-7}$
<p>Notation scientifique : puissance <b>positive</b> rime avec GRAND</p>	$1,05 \times 10^8 = 1,05 \times 100\,000\,000 = 105\,000\,000 \text{ (cent cinq millions) : GRAND !}$
<p>Notation scientifique : puissance <b>négative</b> rime avec PETIT.</p>	$5,14 \times 10^{-3} = 5,14 \times 0,001 = 0,00514 : \text{PETIT !}$

Exercice 1 :

Mettre sous forme d'une seule puissance les nombres A, B, C, D, E et F.

$$A = 2^3 \times 2^5; \quad B = \frac{(-5)^4}{(-5)^{11}}; \quad C = 10^{-7} \times 10^{-6}; \quad D = \frac{10^{-2}}{10^{-10}}$$

$$E = (-1,03)^{-14} \times (-1,03)^{-7} \times (-1,03)^{16}; \quad F = \frac{10^5 \times 10^{-7}}{10^{-6}} \triangleright$$

Exercice 2 : avec la calculatrice !

**Exemple**

Pour calculer  $1,3^5 \times 10^4$  avec la calculatrice **CASIO fx-92 Collège**, voici la séquence des touches à appuyer:

Touche « 1 » ; touche « , » ; touche « 3 » ; touche « x » (pour la puissance) ; touche « 5 » ; curseur «  $\triangleright$  » (pour sortir de la puissance) ; touche « x » ; touche « x10<sup>x</sup> » (pour la puissance de 10) ; touche « 4 » ; touche « EXE ». Si le résultat s'affiche sous forme fractionnaire, appuyer sur la touche « S $\Leftrightarrow$ D » pour obtenir le nombre décimal correspondant.

Résultat :  $1,3^5 \times 10^4 = 37\,129,3$  (écriture décimale)

Calculer les nombres a, b, c et d en mettant le résultat sous forme décimale (voir exemple).

Remarque : un nombre entier est aussi un nombre décimal.

$$a = 20^2 \times 2,5^4; \quad b = 30^3 \times 10^{-4}; \quad c = (-0,4)^2 \div 2,5^{-4}; \quad d = \frac{(-24)^7}{60^4}$$

Exercice 3 : de décimal à écriture scientifique.

Pour mettre un nombre décimal en écriture scientifique, penser à :

- « Grand » rime avec puissance positive, puis je déplace la virgule vers la gauche.
- « Petit » rime avec puissance négative, puis je déplace la virgule vers la droite.

Exemples

14 560 000 = 14 560 000,0      GRAND. Rime avec PUISSANCE POSITIVE.

7 chiffres entre  
1 et la virgule.

= 1, 4 5 6 0 0 0 0 x 10<sup>7</sup>

Je décale la virgule de 7 places vers la  
gauche

= 1,456 x 10<sup>7</sup>. Je peux effacer les zéros  
qui suivent le chiffre 6.

Rappel : la notation scientifique est  
le produit d'un nombre entre 1 et  
10 exclu et une puissance de 10

0, 00000354 = 000003,54 x 10<sup>-6</sup>. Je décale      PETIT. Rime avec PUISSANCE NEGATIVE.

6 chiffres entre  
la virgule et 5      la virgule de 6 places vers la  
droite.

= 3,54 x 10<sup>-6</sup>. J'enlève tous les  
zéros devant 3 qui  
deviennent inutiles.

S'inspirer des exemples précédents pour mettre les nombres décimaux suivants en écriture scientifique:

0.00007545 =                      ; - 0,050106 =                      ; 105806 =                      ; 9 =

Exercice 4 : de scientifique à décimal.

Ecrire les nombres suivants sous forme décimale :

4,7 x 10<sup>8</sup> =                      ; 7,5 x 10<sup>-4</sup> =                      ; - 4,01 x 10<sup>-4</sup> =                      ; - 1,75 x 10<sup>7</sup>

Remarque :

- Multiplier par 10<sup>2</sup> c'est multiplier par 100.
- Multiplier par 10<sup>-3</sup> c'est diviser par 1000

Exercice 5 :

Calculer puis mettre les résultats sous écriture scientifique :

245,6 x 32 =                      ; 49 x 10<sup>4</sup> =                      ; (- 2,11)<sup>2</sup> x 447 x 10<sup>-5</sup> =

7877 ÷ 39 385 =                      ; 6,1 x 10<sup>3</sup> ÷ (- 3,05) x 10<sup>-1</sup> =                      ;  $\frac{5,2^3}{26 \times 10^{-4}}$  =

10<sup>5</sup> + 10<sup>2</sup> =                      ; 10<sup>-2</sup> + 10<sup>2</sup> =                      ; 7718 x 10<sup>-1</sup> - 333



Exercice 6 :

Ecrire en notation scientifique les nombres dans les phrases suivantes :

- a) Ma grand-mère est née le 24 février 1950.
- b) Mes parents ont acheté une maison à 385 000 euros.
- c) La vitesse de la lumière est de  $300\,000\,000\text{ ms}^{-1}$ .
- d) L'âge de la planète Terre est de 4,54 milliards d'années.

Exercice 7 :

Compléter :

- a)  $4105,31 = \dots \times 10^3 = \dots \times 10^5 = \dots \times 10^{-4}$
- b)  $54008 = 5,4008 \times 10^{\dots} = 540,08 \times 10^{\dots} = 0,00054008 \times 10^{\dots}$

Exercice 8 :

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant :

234 ;  $2,3338 \times 10^2$  ;  $2,83 \times 10^{-2}$  ;  $-2,83 \times 10^5$  ;  $-2,84 \times 10^5$

Exercice 9 :

La longueur d'un rectangle vaut 54 cm et son aire  $2160\text{ cm}^2$ .

Quelle est sa largeur en cm ? En m ? En km ?