Fiche réalisée par Benoit VARDANIAN et complétée par Serge LABAYE, responsable pédagogique Mathématiques.

Le Calcul littéral : Développement/Factorisation

3ème/2nde

Leçon

Pour éviter la confusion : nous utiliserons * pour représenter la multiplication et x pour la lettre

Pour développer il faut utiliser la distributivité simple ou double

● Prenons les nombres *a, b, c, d* et *m* :

$$m(a + b) = m*a + m*b \; ; \; m*(a - b) = m*a - m*b$$

$$(a + b)(c + d) = a*c + a*d + b*c + b*d$$

Exemple : Développer et simplifier A = (x + 3)(x + 2)

$$A = (x + 3)(x + 2) = x*x + x*2 + 3*x + 3*2 = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

Pour factoriser une expression, il faut utiliser un facteur commun.

● Prenons les nombres *a, b,* et *p :*

$$p*a + p*b = p(a + b)$$

Exemple : 7x + 21 = 7*x + 7*3 = 7(x + 3)

Les identités remarquables peuvent nous aider à développer et à factoriser :

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Fiche réalisée par Benoit VARDANIAN et complétée par Serge LABAYE, responsable pédagogique Mathématiques.

Exercices

Question 1 : **Pour vous entraîner**

Développez puis simplifier (comme dans l'exemple) les expressions suivantes :

$A = 5x(x-1) + 3x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots$

$B = (x-2)(x+3) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots$

$C = (6x+7)(3x-1) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots$

$D = (y+1)(y-3) + (y-1)(y+5) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots$

$E = 5(x-y) + y(8-x) + x(y+3) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots$

$F = (d-3)(d+1) - (d+4)(d-1) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ldots$

Question 2 : **Complétez les pointillés avec des nombres entiers.**

1. $(7x+4)(3x + \ldots\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots x^2 + \ldots\ldots\ldots x + 8$
2. $(m+2p)(3m-4) = \ldots\ldots\ldots m^2 - \ldots\ldots\ldots m + \ldots\ldots\ldots mp - \ldots\ldots\ldots p$
3. $(2y - \ldots\ldots\ldots)(3y+5) = \ldots\ldots\ldots y^2 + \ldots\ldots\ldots y - 15$

Question 3 : **factorisez en utilisant les identités remarquables :**

a. $9 - x^2 =$

b. $25a^2 - 16 =$

c. $x^2 + 8x + 16 =$

d. $25 + b^2 - 10b =$

Question 4 : **trouvez le facteur commun puis factorisez :**

a. $4x + 8 =$

b. $(x-1)(x+2) + (4x+8) =$

c. $(4x+8)(x+1) - (x+1)(5-2x) =$

d. $(4x+8)(x+1) + (x+2)(3-x) =$

Fiche réalisée par Benoit VARDANIAN et complétée par Serge LABAYE, responsable pédagogique Mathématiques.

Question 5 : **complétez en utilisant les identités remarquables :**

a. $4x^2 + \ldots\ldots +1 = (2x + 1)^2$

b. $9x^2 + 16 - \ldots\ldots. = (3x - 4)^2$

c. $9 + \ldots\ldots\ldots + 4x^2 = (\ldots\ldots + 2x)^2$

d. $4 - 49x^2 = (2 - \ldots\ldots)(\ldots\ldots + 7x)$

e. $25 - b^2 = (5 + \ldots\ldots)(\ldots\ldots - b)$

f. $-12y +9 + \ldots\ldots\ldots\ldots = (3 - 2y)^2$

Question 6 : **mélanges ! Factorisez :**

a. $25 - b^2 + (5 + b)(2b + 5) =$

b. $(x - 6)(5 - 7x) + x^2 - 12x + 36 =$

c. $(2x + 12)(5 - 7x) + x^2 + 12x + 36 =$

Question 7 :

a. Factorisez $64 - 9y^2$

b. En déduire une factorisation de l'expression suivante :

   $A = 8y(8 + 3y) + 64 - 9y^2$

Question 8 :

On considère les expressions littérales suivantes :

$A = 2x^2 + x - 3$; $B = 2x^2 - 3x + 1$; $C = A + B$

a. Développez puis simplifiez les expressions : $(x - 1)(2x + 3)$ et $(x - 1)(2x - 1)$.

b. En déduire les factorisations de A, B et C.

Fiche réalisée par Benoit VARDANIAN et complétée par Serge LABAYE, responsable pédagogique Mathématiques.

Corrigés

Question 1 : **Pour vous entraîner**

Développez puis simplifier (comme dans l'exemple) les expressions suivantes :

A = 5x(x - 1) + 3x = 5x*x + 5x*-1 + 3x = $5x^2$ -5x + 3x = **$5x^2$ -2**

B= (x – 2)(x + 3) = x*x + x*3 -2*x -2*3 = x^2 + 3x -2x -6 = **x^2 +x -6**

C= (6x + 7)(3x – 1) = 6x*3x + 6x*-1 +7*3x +7*-1 = $18x^2$ -6x +21x -7 = **$18x^2$ +15x -7**

D = (y + 1)(y – 3) + (y – 1) (y + 5) = y*y + y – 3y – 3 + y*y +5y -y -5 = **$2y^2$ +2y -8**

E = 5(x – y) + y(8 – x) + x(y +3) = 5x – 5y + 8y -xy + xy + 3x = **8x + 3y**

F = (d – 3)(d + 1) – (d + 4)(d – 1) = d^2 -3d +d -3 –(d^2 -d + 4d -4) = **-5d +1**

Question 2 : **Complétez les pointillés avec des nombres entiers.**

$$(7x+4)(3x+..\mathbf{2}.....)=....\mathbf{21}....x^2+..\mathbf{26}....x+8$$

$$(m+2p)(3m-4)=.....\mathbf{3}...m^2-...\mathbf{4}...m+..\mathbf{6}...mp-....\mathbf{8}...p$$

$$(2y-..\mathbf{3}....)(3y+5)=...\mathbf{6}....y^2+.......y-15$$

Question 3 : **factorisez en utilisant les identités remarquables :**

a. $9 - x^2$ = **(3 – x)(3 + x)**

b. $25a^2 - 16$ = **(5a – 4)(5a + 4)**

c. $x^2 + 8x + 16$ = **$(x + 4)^2$**

d. $25 + b^2 - 10b$ = **$(b – 5)^2$**

Question 4 : **trouvez le facteur commun puis factorisez :**

a. $4x + 8 =$ $\mathbf{4(x + 2)}$

b. $(x - 1)(x + 2) + (4x + 8) = (x - 1)(x + 2) + 4(x + 2) = (x + 2)[(x - 1) + 4] =$ $\mathbf{(x + 2)[x + 3]}$

c. $(4x + 8)(x + 1) - (x+1)(5 - 2x) = (x + 1)[(4x + 8) - (5 - 2x)] = (x + 1)[4x + 8 - 5 + 2x] =$ $\mathbf{(x + 1)[6x + 3]}$

d. $(4x + 8)(x + 1) + (x + 2)(3 - x) = 4(x + 2)(x + 1) + (x + 2)(3 - x) = (x + 2)[4(x + 1) + (3 - x) = (x + 2)[4x + 4 + 3 - x] =$ $\mathbf{(x + 2)[3x + 7]}$

Question 5 : **complétez en utilisant les identités remarquables :**

a. $4x^2 + \ldots\mathbf{4x}\ldots + 1 = (2x + 1)^2$

b. $9x^2 + 16 - \mathbf{24x} = (3x - 4)^2$

c. $9 + \mathbf{12x}\ldots + 4x^2 = (\ \mathbf{3} + 2x)^2$

d. $4 - 49x^2 = (2 - \mathbf{7x}\ldots)(\ldots\mathbf{2}\ldots + 7x)$

e. $25 - b^2 = (5 + \mathbf{b}\ldots)(\ldots\mathbf{5} - b)$

f. $-12y + 9 + \ldots\mathbf{4y^2}\ldots = (3 - 2y)^2$

Question 6 : **mélanges ! Factorisez :**

a. $25 - b^2 + (5 + b)(2b + 5) = (5 + b)(5 - b) + (5 + b)(2b + 5) = (5 + b)[(5 - b) + (2b + 5)] = (5 + b)[5 - b + 2b + 5] =$ $\mathbf{(5 + b)[b + 10]}$

b. $(x - 6)(5 - 7x) + x^2 - 12x + 36 = (x - 6)(5 - 7x) + (x - 6)^2 = (x - 6)[(5 - 7x) + (x - 6)] =$ $\mathbf{(x - 6)[-6x - 1]}$

c. $(2x + 12)(5 - 7x) + x^2 + 12x + 36 = 2(x + 6)(5 - 7x) + (x + 6)^2 = (x + 6)[(5 - 7x) + (x + 6)] =$ $\mathbf{(x + 6)[-6x + 11]}$

Fiche réalisée par Benoit VARDANIAN et complétée par Serge LABAYE, responsable pédagogique Mathématiques.

Question 7 :

a. Factorisez $64 - 9y^2$: **$(8 - 3y)(8 + 3y)$**

b. En déduire une factorisation de l'expression suivante :

$A = 8y(8 + 3y) + 64 - 9y^2 = 8y(8 + 3y) + (8 - 3y)(8 + 3y) = (8 + 3y)[\ 8y + (8 - 3y)]$ **$= (8 + 3y)[5y + 8]$**

Question 8 :

On considère les expressions littérales suivantes :

$A = 2x^2 + x - 3$; $B = 2x^2 - 3x + 1$; $C = A + B$

a) Développez puis simplifiez les expressions : $(x - 1)(2x + 3)$ et $(x - 1)(2x - 1)$

$(x - 1)(2x + 3) = 2x^2 - 2x + 3x - 3$ **$= 2x^2 + x - 3$**

$(x - 1)(2x - 1) = 2x^2 - 2x - x + 1$ **$= 2x^2 - 3x + 1$**

b) En déduire les factorisations de A, B et C.

$A = 2x^2 + x - 3 =$ **$(x - 1)(2x + 3)$**

$B = 2x^2 - 3x + 1 =$ **$(x - 1)(2x - 1)$**

$C = A + B = (x - 1)(2x + 3) + (x - 1)(2x - 1) = (x - 1)[(2x + 3) + (2x - 1)]$

$= (x - 1)[4x + 2]$