

Les Ensembles de Nombres

Leçon

2nde

o Les Nombres entiers naturels

- Un nombre entier naturel est un **nombre entier qui est positif**.
- L'**ensemble** des nombres **entiers naturels** est noté \mathbb{N} .
- Exemples : $0 \in \mathbb{N}$; $3 \in \mathbb{N}$; $112 \in \mathbb{N}$ / $-2 \notin \mathbb{N}$; $3,9 \notin \mathbb{N}$; $\pi \notin \mathbb{N}$; $\frac{4}{3} \notin \mathbb{N}$
(\in signifie « appartient » et \notin signifie « n'appartient pas »)

o Les Nombres entiers relatifs

- Un nombre entier relatif est un **nombre entier qui est positif ou négatif**.
- L'**ensemble** des nombres entiers **relatifs** est noté \mathbb{Z} .
- Exemples : $3 \in \mathbb{Z}$; $-2 \in \mathbb{Z}$ / $3,9 \notin \mathbb{Z}$; $\pi \notin \mathbb{Z}$; $4/3 \notin \mathbb{Z}$

o Les Nombres décimaux

- Un nombre décimal est un nombre qui s'écrit avec un **nombre fini de chiffres après la virgule**.
- Il s'écrit également sous la forme $\frac{a}{10^p}$, (avec a entier et p entier naturel)
- L'**ensemble** de tous les nombres **décimaux** est noté \mathbb{D} .
- Exemples : $0,27 \in \mathbb{D}$; $3 \in \mathbb{D}$; $\frac{-3}{2} \in \mathbb{D}$ / $\pi \notin \mathbb{D}$; $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$; $\sqrt{3} \notin \mathbb{D}$;

o Les Nombres rationnels

- Un nombre rationnel est un nombre sous la forme **d'un quotient** $\frac{a}{b}$ (avec a et b entier relatifs, et b non nul).
- L'**ensemble** de tous les nombres **rationnels** est noté \mathbb{Q} .
- Exemples : $0,27 \in \mathbb{Q}$; $-3 \in \mathbb{Q}$; $1/3 \in \mathbb{Q}$ / $\pi \notin \mathbb{Q}$; $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$;

o Les Nombres réels

- C'est l'ensemble de tous les nombres utilisés en classe de seconde.
- L'**ensemble** des **nombres réels** est noté \mathbb{R} .
- On note aussi \mathbb{R}^+ l'ensemble des nombres réels positifs, \mathbb{R}^- l'ensemble des nombres réels négatifs et \mathbb{R}^* l'ensemble des nombres réels sauf zéro.
- Exemples : $0,27 \in \mathbb{R}$; $-3 \in \mathbb{R}$; $\frac{1}{3} \in \mathbb{R}$; $\pi \in \mathbb{R}$; $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$; $7 \in \mathbb{R}$;

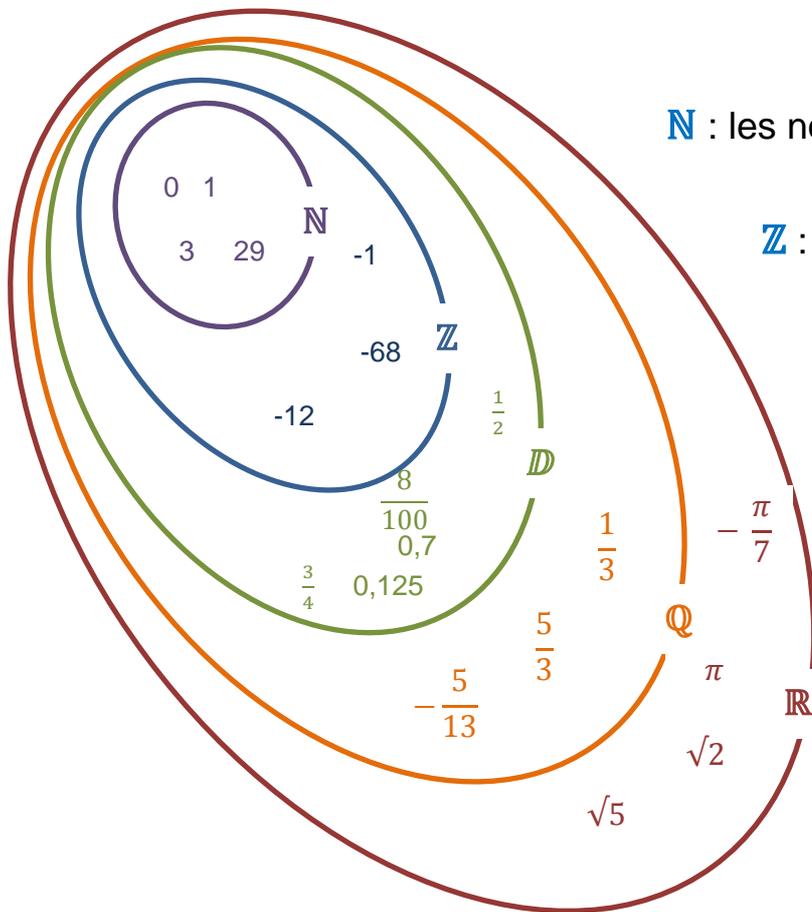
Remarque :

Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} (nombres entiers positifs) appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs \mathbb{Z} .

Cela revient à énoncer que l'ensemble \mathbb{N} est inclus dans l'ensemble \mathbb{Z}

On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

De la même manière on a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



\mathbb{N} : les nombres entiers naturels

\mathbb{Z} : les nombres entiers relatifs

\mathbb{D} : les nombres décimaux

\mathbb{Q} : les nombres rationnels

\mathbb{R} : les nombres réels

Exercices

Exercice 1 : Indiquer, dans chacun des cas, si le nombre appartient ou pas à chacun des ensembles proposés en rajoutant dans chaque case : \in ou \notin

	N	Z	D	Q	R
3					
$\frac{18}{3}$					
2×10^{-2}					
$\frac{22}{5}$					
$-\frac{28}{34}$					
$\frac{5}{6}$					
$\frac{\pi}{5}$					
$\sqrt{1,44}$					
$-\sqrt{64}$					

Exercice 2 : Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Tout nombre réel est un nombre rationnel.
2. 0,5 est un nombre rationnel.
3. Le carré d'un nombre irrationnel n'est jamais rationnel.
4. Il n'existe aucun nombre réel qui ne soit pas un nombre décimal.
5. Le quotient de deux nombres décimaux non nuls est également un nombre décimal.
6. L'inverse d'un nombre décimal peut être un nombre entier.
7. Il existe deux nombres rationnels dont la somme est un nombre entier.

Exercice 3. Dans chacun des cas, indiquer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre appartient.

a. $\frac{72}{6}$

b. $\frac{8}{5}$

c. $\frac{21}{12}$

d. $-\frac{28}{7}$

e. $\frac{9}{27}$

Corrigés

Exercice 1 : Indiquer, dans chacun des cas, si le nombre appartient ou pas à chacun des ensembles proposés.

	N	Z	D	Q	R
7	€	€	€	€	€
$\frac{18}{3}$ (=6)	€	€	€	€	€
2×10^{-2} (=0,02)	€	€	€	€	€
$\frac{152}{5}$ (=30,4)	€	€	€	€	€
$-\sqrt{81}$ (=−9)	€	€	€	€	€
$\frac{\pi}{6}$	€	€	€	€	€
$\sqrt{1,69}$ (=1,3)	€	€	€	€	€
$\frac{5}{6}$	€	€	€	€	€

Exercice 2 : Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Tout nombre réel est un nombre rationnel.

Fausse : π est un nombre réel qui n'est pas rationnel.

2. 0,5 est un nombre rationnel.

Vraie : 0,5 est un nombre décimal et D est inclus dans Q .

3. Le carré d'un nombre irrationnel (non rationnel) n'est jamais rationnel.

Fausse : $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel dont le carré vaut 2. Or 2 est un entier naturel donc un nombre rationnel.

4. Il n'existe aucun nombre réel qui ne soit pas un nombre décimal.

Fausse : $\frac{1}{3}$ est un nombre réel et n'est pas un nombre décimal.

5. Le quotient de deux nombres décimaux non nuls est également un nombre décimal.

Fausse : $\frac{2}{3}$ est le quotient de deux nombres décimaux non nuls et pourtant ce n'est pas un nombre décimal.

6. L'inverse d'un nombre décimal peut être un nombre entier.

Vraie : L'inverse de $\frac{1}{2}$ est 2 qui est un nombre entier.

7. Il existe deux nombres rationnels dont la somme est un nombre entier.

Vraie : par exemple $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$ ou $4 + 5 = 9$

Exercice 3. Dans chacun des cas, indiquer le plus petit ensemble de nombres auquel le nombre appartient.

a. $\frac{72}{6} = 12 \in \mathbf{N}$

b. $\frac{8}{5} = 1,6 \in \mathbf{D}$

c. $\frac{21}{12} = 1,75 \in \mathbf{D}$

d. $-\frac{28}{7} = -4 \in \mathbf{Z}$

e. $\frac{9}{27} = \frac{1}{3} \in \mathbf{Q}$