

Multiplier et diviser des fractions

Leçon

4^{ème}

Multiplication de fractions

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Rappel : Pour multiplier une fraction par un nombre m :

$$m \times \frac{a}{b} = \frac{m \times a}{b}$$

Exemples

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{5}{7} \times 6 = \frac{5}{7} \times \frac{6}{1} = \frac{5 \times 6}{7 \times 1} = \frac{30}{7}$$

Méthode : Multiplier des fractions avec simplifications

Il faut simplifier avant la multiplication des numérateurs et des dénominateurs

$$A = \frac{-5}{24} \times \frac{16}{7} = \frac{-5 \times 16}{24 \times 7} = \frac{-5 \times \cancel{4} \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3 \times 4 \times 7} = \frac{-5 \times 2}{3 \times 7} = -\frac{10}{21}$$

$$B = \frac{-7}{18} \times \frac{81}{-56} = \frac{7 \times 81}{18 \times 56} = \frac{7 \times \cancel{9} \times 9}{\cancel{9} \times 2 \times \cancel{7} \times 8} = \frac{9}{2 \times 8} = \frac{9}{16}$$

Division de fractions

Pour diviser deux fractions, on multiplie la première par l'inverse de la deuxième.

- L'inverse d'un nombre non nul a est $\frac{1}{a}$.
- L'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$, avec a et b non nuls.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples

$$\frac{2}{9} : \frac{7}{11} = \frac{2}{9} \times \frac{11}{7} = \frac{2 \times 11}{9 \times 7} = \frac{22}{63}$$

$$2 : \frac{11}{7} = \frac{2}{1} \times \frac{7}{11} = \frac{2 \times 7}{1 \times 11} = \frac{14}{11}$$

$$\frac{2}{9} : 7 = \frac{2}{9} \times \frac{1}{7} = \frac{2 \times 1}{9 \times 7} = \frac{2}{63}$$

Exercices

Question 1. Compléter :

$$a) \frac{5}{7} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{15}{14} \quad b) \dots \times \frac{11}{4} = -\frac{33}{4} \quad c) \frac{\dots}{9} \times 5 = \frac{85}{9} \quad d) \frac{35}{8} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$$

Question 2. Effectuer puis simplifier le résultat s'il y a lieu :

$$a) \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \quad b) \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \quad c) \frac{7}{9} \times 5 =$$

$$d) \frac{11}{4} : \frac{5}{3} = \quad e) 3 : \frac{9}{5} = \quad f) \frac{12}{17} : 6 =$$

$$g) -3 : \frac{9}{5} = \quad h) \frac{-11}{4} : \frac{5}{-3} = \quad i) -\frac{4}{9} \times \left(-\frac{1}{3}\right) =$$

$$j) 3 + \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \quad k) \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{7}\right) : \frac{2}{7} = \quad l) \frac{2}{9} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} =$$

Question 3. Pourcentages

Un paquet contient 80 bonbons dont les 30% sont au chocolat. Parmi les bonbons au chocolat, 50% sont parfumés à la vanille. Combien y-a-t-il :

- a) de bonbons au chocolat ?
- b) de bonbons au chocolat parfumés à la vanille ?

Aide : Appliquer un pourcentage de a % c'est multiplier par $\frac{a}{100}$

Question 4. Résoudre les problèmes

A) On m'a donné les $\frac{2}{3}$ d'un gâteau de 300 g. J'en ai mangé les $\frac{3}{4}$.
Quelle masse de gâteau ai-je mangé ?

B) Mes économies s'élèvent à 375 €. J'en prends les $\frac{5}{9}$. Je dépense les $\frac{3}{5}$ de cette somme pour acheter un vélo. Quel est le prix de ce vélo ?

Corrigés

Question 1. Compléter :

$$\text{a) } \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14} \quad \text{b) } -3 \times \frac{11}{4} = -\frac{33}{4} \quad \text{c) } \frac{17}{9} \times 5 = \frac{85}{9} \quad \text{d) } \frac{35}{8} \times \frac{8}{35} = 1$$

Question 2. Effectuer puis simplifier le résultat s'il y a lieu :

$$\text{a) } \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27} \quad \text{b) } \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3 \times 2 \times 4} = \frac{1}{6} \quad \text{c) } \frac{7}{9} \times 5 = \frac{35}{9}$$

$$\text{d) } \frac{11}{4} : \frac{5}{3} = \frac{11}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{33}{20} \quad \text{e) } 3 : \frac{9}{5} = 3 \times \frac{5}{9} = \frac{3 \times 5}{3 \times 3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{f) } \frac{12}{17} : 6 = \frac{12}{17} \times \frac{1}{6} = \frac{2 \times 6 \times 1}{17 \times 6} = \frac{2}{17} \quad \text{g) } -3 : \frac{9}{5} = -3 \times \frac{5}{9} = \frac{-3 \times 5}{3 \times 3} = -\frac{5}{3}$$

$$\text{h) } \frac{-11}{4} : \frac{5}{-3} = \frac{-11}{4} \times \frac{-3}{5} = \frac{33}{20} \quad \text{i) } -\frac{4}{9} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{27}$$

$$\text{j) } 3 + \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = 3 + \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{5}\right) = 3 + \frac{2}{25} = \frac{75}{25} + \frac{2}{25} = \frac{77}{25}$$

$$\text{k) } \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{7}\right) : \frac{2}{7} = \left(\frac{7}{14} + \frac{6}{14}\right) : \frac{2}{7} = \left(\frac{13}{14}\right) : \frac{2}{7} = \left(\frac{13}{14}\right) \times \frac{7}{2} = \frac{13 \times 7}{2 \times 7 \times 2} = \frac{13}{4}$$

$$\text{l) } \frac{2}{9} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{9} - \frac{5}{18} = \frac{4}{18} - \frac{5}{18} = -\frac{1}{18}$$

Question 3. Pourcentages

Un paquet contient 80 bonbons dont les 30% sont au chocolat. Parmi les bonbons au chocolat, 50% sont parfumés à la vanille.

a) Combien y-a-t-il de bonbons au chocolat ?

b) Combien y-a-t-il de bonbons au chocolat parfumés à la vanille ?

a) *Aide* : Appliquer un pourcentage de $a\%$ c'est multiplier par $\frac{a}{100}$

Parmi les 80 bonbons, 30% sont au chocolat, donc :

$$\frac{30}{100} \times 80 = \frac{2400}{100} = 24$$

Il y a 24 bonbons au chocolat

b) De la même manière, parmi les 24 bonbons au chocolat, 50% sont parfumés à la vanille, donc :

$$\frac{50}{100} \times 24 = \frac{1200}{100} = 12$$

Il y a 12 bonbons au chocolat parfumés à la vanille

Remarque : 50% représentent la moitié des bonbons au chocolat. Nous aurions pu également diviser le nombre de bonbons au chocolat par 2.

Question 4 : Résoudre les problèmes

a) La masse de gâteau mangé est :

$$300 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{300 \times 2 \times 3}{3 \times 2 \times 2} = \frac{300}{2} = 150$$

J'ai mangé 150 g du gâteau.

b) Le prix de ce vélo est :

$$375 \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{375 \times 5 \times 3}{3 \times 3 \times 5} = \frac{375}{3} = 125$$

Le prix du vélo est 125€.